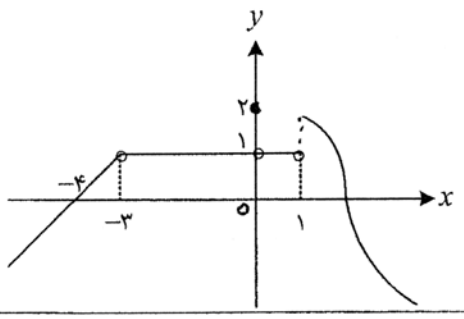
www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهائی درس: **حسابان**	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : $۱۰\frac{۱}{۲}$	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم متوسطه		تاریخ امتحان : ۶/ ۱۱ / ۱۳۸۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال تحصیلی ۱۳۸۶-۱۳۸۷		**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنه ی تعریف تابع f با ضابطه ی $f(x)=\frac{x+۱}{\lvert x\rvert+۱}+\sin(\frac{۱}{x})$ را تعیین کنید .	۰/۷۵
۲	توابع f و g با ضابطه های $f(x)=\sqrt{x-۲}$ و $g(x)=\frac{x}{x+۲}$ مفروضند : اولاً : دامنه ی توابع f و g و $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید . ثانیاً : در صورت وجود ضابطه ی $\frac{f}{g}$ را بنویسید .	۱/۲۵
۳	به کمک انتقال نمودار تابع f با ضابطه ی $f(x)=\text{Arc}\sin(x-۱)$ را رسم کرده دامنه و برد آن را تعیین کنید . سپس در صورت وجود مختصات نقاط بحرانی و نقاط ماکزیمم و می نیمم مطلق آن را تعیین کنید .	۲
۴	در صورتی که دو چند جمله ای $۲x^۲-۵x+۴$ و $x^۲+ax$ در تقسیم بر $x-۱$ هم باقیمانده باشند ، مقدار عددی a را مشخص کنید .	۰/۷۵
۵	نشان دهید تابع f با ضابطه ی $f(x)=(۱-x)^۳$ یک به یک است . سپس ضابطه ی تابع معکوس تابع f را تعیین کنید .	۱/۲۵
۶	با توجه به نمودار تابع f در شکل زیر ، حاصل هریک از عبارات زیر را بنویسید . **الف)** $\lim\limits_{x\to ۰^+} f(x)$ **ب)** $\lim\limits_{x\to ۱} f(x)$ **ج)** $\lim\limits_{x\to(\frac{۱}{۲})^-} f(x)$ **د)** $\lim\limits_{x\to(-۳)^+} f(x)$ 	۱
۷	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید . **الف)** $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{x-۱}{\lvert x\rvert-۱}$ **ب)** $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{x\sin(x-۱)}{۱-x}$ **ج)** $\lim\limits_{x\to \pi^-}\cot x$ **د)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+۳}{\sqrt{۲x^۲-۷}}$	۲/۲۵
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y=\frac{۲-x}{x^۲-۱}$ را در صورت وجود بنویسید .	۰/۷۵
	« ادامه ی سوالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهائی درس: **حسابان**	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : $۱۰\frac{۱}{۲}$	مدت امتحان : **۱۵۰** دقیقه
سال سوم متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۶ / ۱۱ /۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال تحصیلی **۱۳۸۷-۱۳۸۶**		**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**	

ردیف	سؤالات	نمره
۹	ضرایب a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه ی $f(x)=\begin{cases} bx-۱ & x<۱ \\ ۳x & x=۱ \\ a[x]+۲ & x>۱ \end{cases}$ در $x_۰=۱$ پیوسته باشد . ([ ] نماد جزء صحیح است)	۱
۱۰	مشتق بگیرید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست) **الف)** $y=\sin^۵ x+\cos(\frac{۱}{x^۲})$ **ب)** $y=\sqrt[۳]{x}\,(x^۲-۱)^۷$ **ج)** $y=\operatorname{Arccot}(x^۲-۳x)$	۱/۷۵
۱۱	تابع $y=-x^۲+bx+۳$ مفروض است . b را چنان بیابید که تابع ماکزیممی برابر ۵ داشته باشد .	۰/۷۵
۱۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $y=\frac{۲x+۱}{-x+۱}$ را رسم کنید .	۱/۵
۱۳	اگر شعاع دایره ای از ۲ تا ۳ سانتی متر تغییر کند ، آهنگ تغییر مساحت آن را تعیین کنید .	۰/۷۵
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y=\sin^۲ x-\sin x$ را در بازه ی $[۰,۲\pi]$ رسم کنید .	۱/۲۵
۱۵	اگر دو ضلع زاویه ی قائمه در مثلث قائم الزاویه ای x و y باشد و $x+y=۱۸$ در اینصورت x و y را چنان بیابید که مساحت مثلث ماکزیمم شود .	۰/۷۵
۱۶	ضرایب a و b را چنان بیابید که نقطه ی عطف تابع $y=ax^۳+۳x^۲-b$ به طول ۱ روی محور طول ها واقع باشد .	۱
۱۷	ابتدا نمودار تابع $f(x)=\begin{cases} x+۱ & ۰\le x<۱ \\ \frac{x-۳}{۲} & ۱\le x<۳ \end{cases}$ را رسم کنید . سپس مقدار $\int_۰^۳ f(x)dx$ را حساب کنید .	۱/۲۵
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۶ / ۱۱ / ۱۳۸۶
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال تحصیلی **۸۷-۱۳۸۶**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$D_f = R - \{0\}$ (۰/۲۵) $\rightarrow x \neq 0$ (۰/۲۵) و $\lvert x \rvert + 1 \neq 0$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۲	**اولاً :** $D_f : x - 2 \geq 0 \rightarrow D_f = [2, +\infty)$ (۰/۲۵) $D_g : x + 2 \neq 0 \rightarrow x \neq -2 \rightarrow D_g = R - \{-2\}$ (۰/۲۵) $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \underset{(۰/۲۵)}{\{x \mid g(x) = 0\}} = [2, +\infty)$ (۰/۲۵) **ثانیاً :** $(\frac{f}{g})(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{\frac{x}{x+2}} = \frac{(x+2)\sqrt{x-2}}{x}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۳	$f(x) = \text{Arc}\sin(x-1)$ $-1 \leq x - 1 \leq 1 \rightarrow 0 \leq x \leq 2 \rightarrow D_f = [0, 2]$ (۰/۲۵) , $R_f = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (۰/۲۵) **نقاط بحرانی** $A(0, -\frac{\pi}{2})$ و $B(2, \frac{\pi}{2})$ (۰/۵) **نقاط Max مطلق** $B(2, \frac{\pi}{2})$ (۰/۲۵) **نقاط Min مطلق** $A(0, -\frac{\pi}{2})$ (۰/۲۵) **رسم شکل** (۰/۵)	۲
۴	$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$ $p(x) = 2x^2 - 5x + 4 \rightarrow R_1 = p(1) = 2 - 5 + 4 = 1$ (۰/۲۵) $p'(x) = x^2 + ax \rightarrow R_2 = p'(1) = 1 + a$ (۰/۲۵) $\rightarrow 1 + a = 1 \rightarrow a = 0$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۵	$f(x) = (1-x)^3$ $f(x_1) = (1-x_1)^3$ $f(x_2) = (1-x_2)^3$ $f(x_1) = f(x_2)$ $\rightarrow (1-x_1)^3 = \underset{(۰/۲۵)}{(1-x_2)^3} \rightarrow \ldots \rightarrow x_1 = x_2$ (۰/۲۵) **پس f یک به یک است و بنابراین معکوس پذیر است** (۰/۲۵) $y = (1-x)^3 \rightarrow \underset{(۰/۲۵)}{\sqrt[3]{y}} = 1 - x \rightarrow x = 1 - \sqrt[3]{y} \rightarrow \underset{(۰/۲۵)}{f^{-1}(x)} = 1 - \sqrt[3]{x}, x \in R$	۱/۲۵
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۶ / ۱۱ / ۶
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال تحصیلی **۸۷-۱۳۸۶**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	چون چپ و راست مساوی نیستند حد ندارد الف) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x\to 1} f(x)$ (۰/۲۵) ج) $\lim_{x\to (\frac{1}{2})^-} f(x) = 1$ (۰/۲۵) د) $\lim_{x\to (-3)^+} f(x) = 1$ (۰/۲۵)	۱
۷	الف) $\lim_{\substack{x\to 1\\ x>0}} \frac{x-1}{\lvert x\rvert -1} = \lim_{x\to 1} \frac{x-1}{x-1} = 1$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x\to 1} \frac{x\sin(x-1)}{1-x} = \lim_{x\to 1} \frac{x}{-1} \times \frac{\sin(x-1)}{x-1} = -1$ (۰/۲۵) ج) $\lim_{x\to \pi-} \cot x = \lim_{x\to \pi^-} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$ (۰/۲۵) د) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x+3}{\sqrt{2x^2-7}} = \lim_{x\to +\infty} \frac{x(1+\frac{3}{x})}{\sqrt{2x^2(1-\frac{7}{2x^2})}} = \lim_{x\to +\infty} \frac{x}{\sqrt{2}x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۲/۲۵
۸	$y = \frac{2-x}{x^2-1}$ $D = R - \{1, -1\}$ $\lim_{x\to \pm\infty} y = 0 \to y = 0$ **مجانب افقی** (۰/۲۵) $\lim_{x\to 1^{\pm}} \frac{2-x}{x^2-1} = \pm\infty$, $\lim_{x\to (-1)^{\pm}} \frac{2-x}{x^2-1} = \mp\infty \to x = 1$ و $x = -1$ **مجانب قائم** (۰/۵)	۰/۷۵
۹	**شرط پیوستگی** f در $x = 1$ ، $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) = f(1)$ (۰/۲۵) $b - 1 = a + 2 = 3$ (۰/۲۵) $\to b = 4$ و $a = 1$ (۰/۵)	۱
۱۰	الف) $y' = 5\sin^4 x \cos x + \frac{2}{x^3}\sin(\frac{1}{x^2})$ (۰/۲۵) (۰/۵) ب) $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}(x^2-1)^7 + 7\times 2x(x^2-1)^6 \sqrt[3]{x}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) ج) $y' = \frac{-(2x-3)(0/25)}{1+(x^2-3x)^2(0/25)}$	۱/۷۵
۱۱	**روش اول :** $y = -x^2 + bx + 3$ $y_{Max} = 5 \to \frac{4ac-b^2}{4a} = \underset{(0/25)}{5} \to \frac{-12-b^2}{-4} = 5 \to b = \pm 2\sqrt{2}$ (۰/۵) **روش دوم :** $y' = -2x + b = 0 \to x = \frac{b}{2}$ (۰/۲۵) $5 = -\frac{b^2}{4} + \frac{b^2}{2} + 3 \to 2 = \frac{-b^2+2b^2}{4} \to b^2 = 8 \to b = \pm 2\sqrt{2}$ (۰/۵)	۰/۷۵
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۶ / ۱۱ / ۶
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال تحصیلی **۸۷-۱۳۸۶**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱۲ — ۱/۵

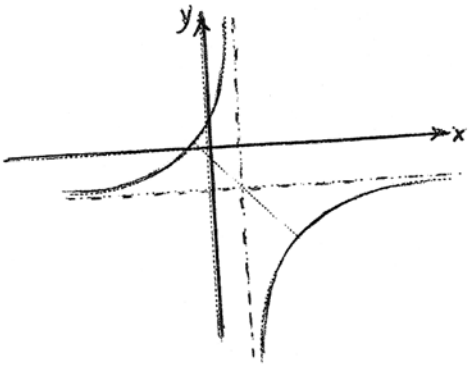
$$y=\frac{۲x+۱}{-x+۱} \qquad D=R-\{۱\}$$

$x\to\pm\infty \Rightarrow y=-۲$
$y=\pm\infty \Rightarrow x=۱$ **مجانبها** (۰/۵)

$$y'=\frac{۲(-x+۱)-(-۱)(۲x+۱)}{(-x+۱)^۲}=\frac{۳}{(-x+۱)^۲}>۰ \quad (۰/۲۵)$$

x	$-\infty$		$-\frac{۱}{۲}$		۰		۱		$+\infty$
y'			+				+		
y	-۲	↗	۰	↗	۱	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	-۲

جدول (۰/۵)



شکل (۰/۲۵)

۱۳ — ۰/۷۵

$$S=\pi R^۲ \to \begin{cases} R_۱=۲ & \to S_۱=۴\pi \\ R_۲=۳ & \to S_۲=۹\pi \end{cases} \quad (۰/۵)$$

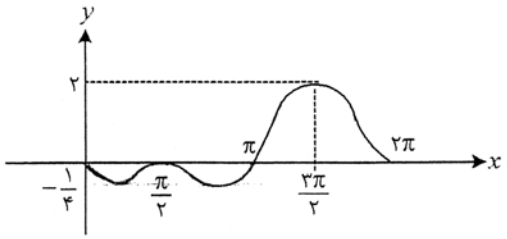
$$\text{آهنگ تغییر}=\frac{S_۲-S_۱}{R_۲-R_۱}=\frac{۹\pi-۴\pi}{۳-۲}=۵\pi \quad (۰/۲۵)$$

۱۴ — ۱/۲۵

$$y=\sin^۲ x-\sin x$$

$$y'=۲\sin x\cos x-\cos x=۰ \to \begin{cases} x=\frac{\pi}{۲}\to y=۰ \\ x=\frac{۳\pi}{۲}\to y=۲ \\ x=\frac{\pi}{۶}\to y=-\frac{۱}{۴} \\ x=\frac{۵\pi}{۶}\to y=-\frac{۱}{۴} \end{cases}$$

(۰/۲۵)



رسم شکل (۰/۲۵)

$x=۰\to y=۰$
$y=۰\to x=۰,\pi,\ ۲\pi,\frac{\pi}{۲}$

x	۰		$\frac{\pi}{۶}$		$\frac{\pi}{۲}$		$\frac{۵\pi}{۶}$		π		$\frac{۳\pi}{۲}$		۲π
y'		−	۰	+	۰	−	۰	+		+	۰	−	
y	۰	↘	$-\frac{۱}{۴}$	↗	۰	↘	$-\frac{۱}{۴}$	↗	۰	↗	۲	↘	۰

جدول (۰/۷۵)

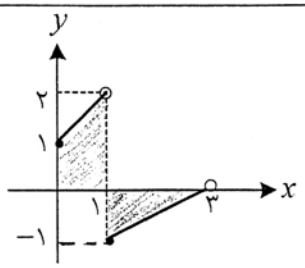
« ادامه در صفحه ی چهارم »

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۳۸۶ / ۱۱ / ۶**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال تحصیلی **۸۷-۱۳۸۶**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	$S = \frac{xy}{۲}$, $x + y = ۱۸ \rightarrow y = ۱۸ - x$ $S = ۹x - \frac{x^۲}{۲} \rightarrow S' = ۹ - x = ۰ \rightarrow x = ۹ \rightarrow y = ۹$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۶	$A\Big\vert_{۰}^{۱}$ **عطف** $\rightarrow ۰ = a + ۳ - b$ (۰/۲۵) $y' = ۳ax^۲ + ۶x \rightarrow \begin{cases} y'' = ۶ax + ۶ \\ x = ۱ \end{cases}$ (۰/۲۵) $\rightarrow ۰ = ۶a + ۶ \rightarrow a = -۱$ (۰/۲۵) , $b = ۲$ (۰/۲۵)	۱
۱۷	$\int_۰^۳ f(x)dx = \int_۰^۱ f(x)dx + \int_۱^۳ f(x)dx =$ $\frac{(۱+۲)\times ۱}{۲}$ (۰/۲۵) $- \frac{۱\times ۲}{۲}$ (۰/۲۵) $= \frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵)  رسم شکل (۰/۵)	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰

با سلام

مصححین گرامی ، لطفاً برای روش های حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید .

www.alm.loxblog.com